Chapter 5 代数系统

二元运算：函数是集合上的二元运算，具有存在性和唯一性。

一元运算：函数是集合上的一元运算，具有存在性和唯一性。

特殊性质

可交换性（Commutative）：对于集合上的二元运算，任取有。

可结合性（Associative）：对于集合上的二元运算，任取有。

幂等性（Idempotent）：对于集合上的二元运算，任取有。

分配律（Distributive）：对于集合上的二元运算和，任取有

吸收律（Absorption）：对于集合上的二元运算和，任取有

消去律（Cancellation）：对于集合上的二元运算，任取有

特殊元素

左/右单位元（Left/right identity element）：对于集合上的二元运算，若存在，且对于任意有，则称为上的左单位元，为上的右单位元。

单位元（Identity element）：若既为左单位元又为右单位元，则被称为单位元，若存在，则单位元是唯一的。

左/右零元（Left/right zero element）：对于集合上的二元运算，若存在，且对于任意有，则称为上的左单位元，为上的右单位元。

零元（Zero element）：若既为左零元又为右零元，则被称为零元，若存在，则零元是唯一的。

逆元（Inverse element）：对于集合上的二元运算，假设为单位元，对于任意，若存在，则称为的左逆元，为的右逆元。若同时满足，则称是的逆元。若分别有左逆元和右逆元，则二者相等；若有逆元，则逆元唯一。

代数系统

定义：代数系统由集合，个一元或二元计算组成。标准形式为，带有常数的代数系统记为，其中为常数集合。

同类代数系统判定：

* 相同数量的运算符，且每个元运算种类包含的运算数量相同
* 常数数量相同

封闭性（Closure）：假设分别是上的二元和一元运算，，则

* 若对于任何都有，则关于运算封闭。
* 若对于任何都有，则关于运算封闭。

子代数系统（Sub-algebraic system）：对于代数系统，为其子代数系统，当：

* ，且和具有相同的常数
* 对于运算封闭

积代数（Product algebra）：对于两个同类运算系统和，有，其中。

同态：对于函数，和是同态的，则。

同构：若同态函数在上双射，则是同构的。